Лабораторная работа № 4

Метод Прони

***1 Цель работы***

1.Освоениепринциповобработки измерительной информациина примере метода параметрической аппроксимации Прони с использованием библиотеки подпрограммплатформы Matlab.

2. Решение практической задачи по аппроксимации методом Прони модельного экспериментального сигнала.

3. Приобретение навыков анализа результатов, полученных при проведении экспериментов, составления отчета.

***2 Основные сведения***

Метод Прони заключатся в том, что исходные данные, представленные в виде временного ряда с временем дискретизации :

(1)

могут быть представлены как сумма экспоненциально затухающих синусоид в линейной комбинации:

(2)

где , , , –соответственно амплитуда, коэффициент затухания, частота и начальная фаза *i-*ойгармонической компоненты.

Реализацияметодасостоитиз 3-х этапов:

1. Оценка параметровавторегрессионноймодели;
2. Определениекорнейполинома;
3. Нахождение оценок амплитуд и начальных фаз гармонических компонент.

Для оценки параметров авторегрессионной модели в рамках первого этапа метода Прони необходимо решить систему уравненийотносительно коэффициентов авторегрессии

, (3)

или, в матричной форме:

, (4)

Нахождение параметров основано на применении метода

наименьших квадратов (МНК) в соответствии с известным выражением:

. (5)

Реализация второго этапа метода Прони состоит впостроении характеристического полинома с помощью коэффициентов авторегрессионной модели:

, (6)

и нахождении его корнейлюбым численным методом, например методом Лагерраили методом секущих:

. (7)

В результате выполнения второго этапа метода из (7) находятся оценки частот и коэффициентов затухания гармонических компонент:

, . (8)

Для выполнения третьего этапа методазапишем дискретные отсчеты (2) в комплексном представлении:

(9)

где

. (10)

Выражение (9) можно представить в виде системы уравнений:

, (11)

где

(12)

(13)

(14)

Решение (11) относительно неизвестных находится на основе МНК:

. (15)

Амплитуды и фазы гармонических компонент рассчитываются с использованием соответствующих выражений:

(16)

. (17)

В соответствии с формулой Эйлера

, (18)

переход от комплексного представления модели Прони (9), (10) к действительному приводит к следующему виду параметрической оценки исследуемого сигнала:

. (19)

Обобщенный метод Прони позволяет разложить сложные временные ряды на простые гармонические составляющие, что значительно упрощает процесс анализа физических процессов и исследования характеристик динамических систем. Важным свойством метода является возможность представления дискретной функции в аналоговом аналитическом виде (2, 19).

***3 Методические указания***

Исходные данные представлены в виде файла, содержащегоотсчетызашумленного модельного сигнала *yi*в текстовом формате. Файл имеет обозначение «datXX.txt», где XX–номер варианта. Интервал дискретизации = 0.1.

Текст программы обязательно оформить в виде m-файла.

При разработке программы расчетов следует максимально использовать возможности среды Matlab, ориентированные на операции с матрицами и цифровую обработку сигналов.В частности, в рамках настоящей лабораторной работы будут полезны следующие функции:

* fliplr - перестановка столбцов матрицы относительно вертикальной оси;
* A = [B;C] – операция вертикальной конкатенации, т.е. объединения матриц построчно;
* B = A\C – решение системы линейных алгебраических уравнений AB=C

методом Гаусса;

* std - стандартное отклонение элементов массива.

Графические иллюстрации должны быть наглядны, при необходимости следует уменьшить длину массивов выводимых данных.

***4 Порядок выполнения работы***

* 1. Выберите и скопируйте с общего ресурсафайл исходных данных*yi*согласно варианту лабораторной работы.
  2. Задайте первоначальное значение порядка модели = 2.
  3. Сформируйте матрицы (4).
  4. Рассчитайте значения коэффициентов авторегрессии (5).
  5. Найдите корни полинома (6) и рассчитайте частоты (8) и коэффициенты затухания (9) гармонических компонент.
  6. Сформируйте матрицы (13) и (14).
  7. Определите значения коэффициентовиз(15) и рассчитайте амплитуды (16) и фазы (17) гармонических компонент.
  8. Оцените среднеквадратическое отклонение (СКО) моделиПрони от исходных данных.
  9. Повторите пп. 4.3 – 4.8, изменяя порядок модели от 3 до 25.
  10. Постройте график, отражающий зависимость СКО от порядка модели.
  11. Постройте график, отражающий совместно исходные данные и модель Прони (19) для порядка модели с минимальным СКО.

***5 Содержание отчета***

5.1 Цель работы. Задание.

* 1. График исходного сигнала в соответствии свариантом.
  2. График, отражающий зависимость СКО от порядка модели.
  3. График, отражающий совместно исходные данные и модель Прони для порядка модели с минимальным СКО.
  4. Анализ полученных результатов и выводы.
  5. Листинг программы в виде приложения.

***6Контрольные вопросы***

6.1 Что такое модель Прони?

6.2 Из каких этапов состоит реализация метода?

6.3Какие математические методы используются для построения модели Прони**?**

**6.4Каким параметром регулируется близость модели Прони к исходным данным?**

**6.5В чем заключается основное преимущество модели Прони?**